

Etude de l'éclairement de la surface de la Terre. Equilibre thermique.

Thierry Piou président de l'association d'astronomie "Pêcheurs d'étoiles" La Baule

Introduction.

"Lorsque le Soleil est au zénith, le rayonnement solaire, avant de pénétrer dans l'atmosphère terrestre, est de 1360 W m^{-2} . Chaque m^2 reçoit donc $\frac{1360}{4} = 340 \text{ W m}^{-2}$. Le diviseur par quatre vient du fait que l'aire de la Terre est égale à quatre fois celle du disque qu'elle présente au Soleil".

Quiconque s'intéresse au climat a déjà lu ce précepte, préambule fréquent à toute théorie sur le sujet. En clair, chaque unité d'aire de notre planète reçoit uniformément un flux solaire au sommet de l'atmosphère de 340 W m^{-2} . C'est faire bien peu de cas des réalités astronomiques.

Nous allons commencer par analyser quelques données pratiques et nous verrons que l'énergie solaire interceptée par notre planète est loin d'être uniformément répartie à sa surface, nous aborderons ensuite le problème crucial de l'équilibre thermique du système Terre.

1 Répartition de l'énergie solaire sur un demi-méridien.

1.1 Quelques données.

La figure 1 montre la hauteur du Soleil en fonction du temps à Guérande le 6 avril 2017, une journée dont l'auteur a noté qu'elle était ensoleillée et sans nuage. Sur cette figure, l'élévation par rapport au plan horizontal local est exprimée en degrés, il est possible de la calculer ou bien d'utiliser un logiciel d'astronomie, c'est le cas sur cette figure, en renseignant la date et les coordonnées géographiques du lieu. L'abscisse est graduée en heures *UTC* auxquelles il convient d'ajouter 2h pour obtenir l'heure légale. Ainsi on constate que le Soleil se lève entre 5 et 6h, se couche entre 18 et 19h et qu'il atteint sa culmination vers 12h. A l'instant précis de la culmination, il est à mi-parcours entre son Lever et son Coucher, d'où le terme midi issu du latin *medius* qui signifie "au milieu", souvenons-nous cependant que nos montres et horloges indiquent à cet instant environ 14h et non 12h.

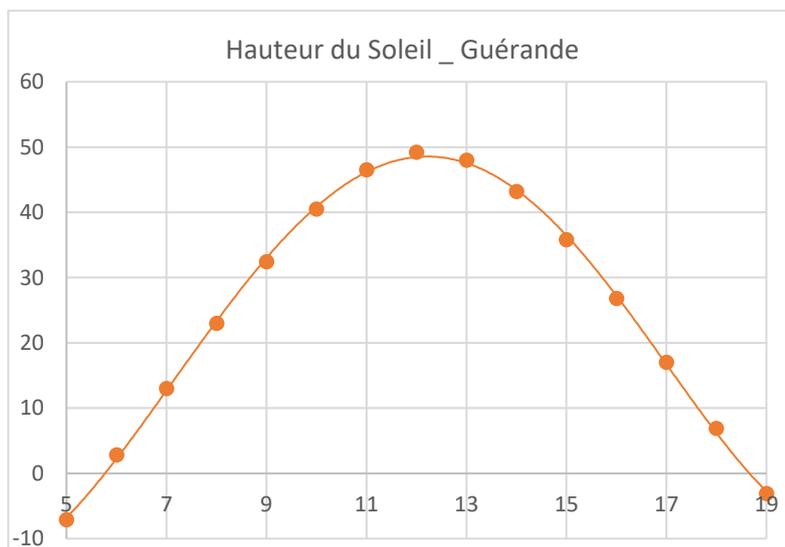


Figure 1 : Hauteur du Soleil à l'observatoire de Saillé en Guérande le 6 avril 2017. en abscisse l'heure en Temps Universel (TU) et en ordonnée, la hauteur en degrés d'arc.

Nous allons maintenant compléter le graphique de la figure 1 en ajoutant les données d'éclairement issues de l'Observatoire météorologique de Saillé en Guérande cet observatoire est en effet doté d'un pyranomètre, instrument permettant la mesure du rayonnement solaire global qui est la somme des éclairements directs et diffus d'une surface élémentaire. Le capteur étant disposé

horizontalement, le rayonnement diffus est de faible valeur par temps clair et dégagé par rapport à l'éclairement direct, en particulier pour les élévations importantes. C'est ce que nous pouvons voir sur la figure 2 où l'on constate en effet une étroite corrélation entre hauteur et éclairement pour un angle d'élévation supérieur à 25° par rapport au plan horizontal local

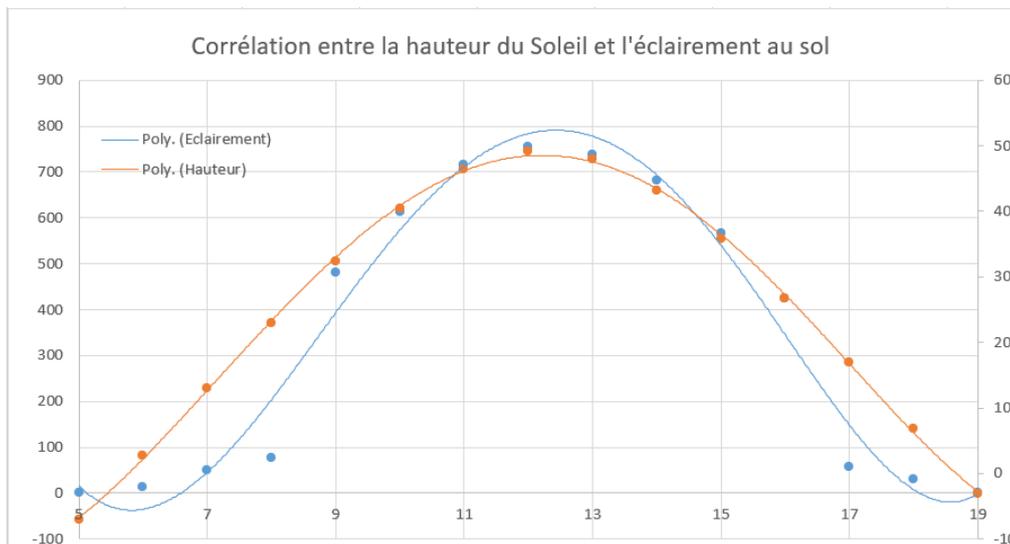


Figure 2: Comparaison entre la hauteur du Soleil et l'éclairement au sol, observatoire de Saillé en Guérande. En abscisse l'heure TU et en ordonnées, la hauteur en degrés d'arc à droite, l'éclairement au sol en $W \cdot m^{-2}$ à gauche.

La figure 3 montre l'évolution, au même lieu, de la température en fonction du temps, grandeur que l'on peut comparer à la variation de la hauteur du Soleil.

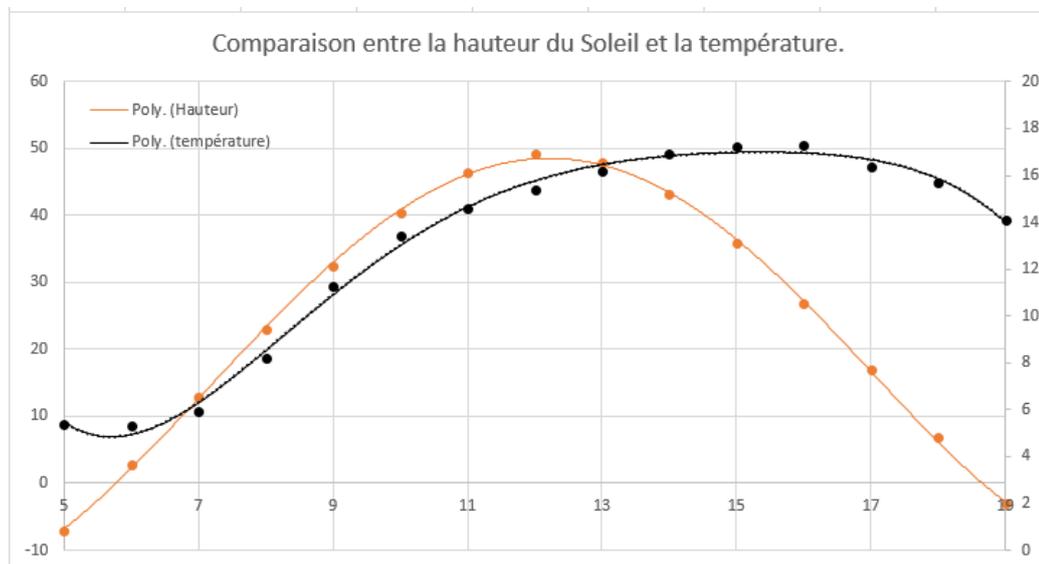


Figure 3: Comparaison entre la hauteur du Soleil et la température, observatoire de Saillé en Guérande. En abscisse l'heure TU et en ordonnées, la température en degrés Celsius à droite, la hauteur en degrés d'arc à gauche.

On remarque qu'il y a une étroite corrélation entre le Lever et la culmination du Soleil (fig.4), corrélation moins évidente semble-t-il, lorsque le Soleil est descendant.

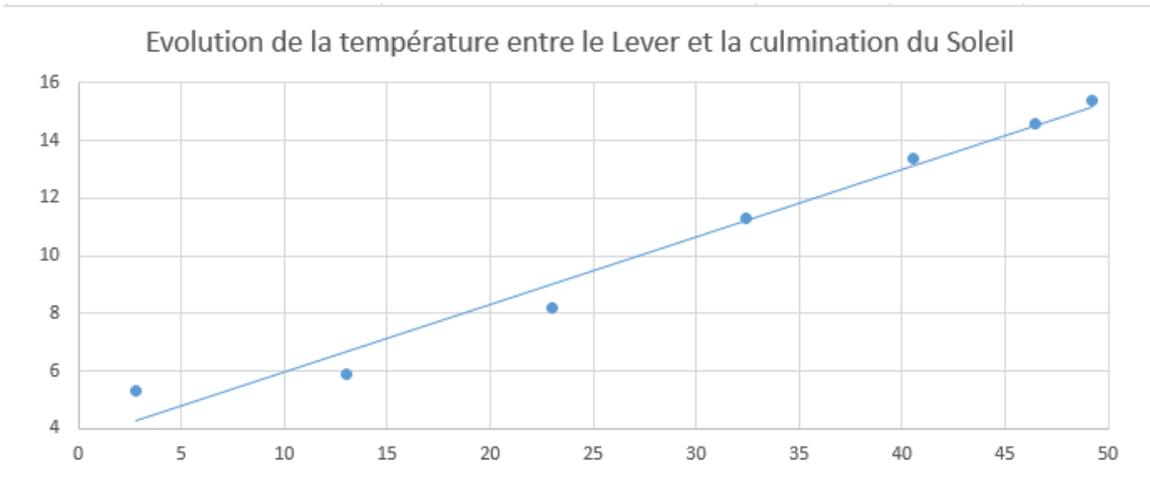


Figure 4 Il existe une étroite corrélation entre la hauteur du Soleil et la température lors de la phase montante de celui-ci. En abscisse la hauteur du Soleil en degrés d'arc. En ordonnée la température en degrés Celsius

Il devient alors intéressant de calculer la hauteur du Soleil en fonction du temps.

1.2 Calcul de la hauteur du Soleil.

Nous allons définir un système coordonnées locales, rapportées au pôle céleste, et que nous appellerons système de coordonnées horaires. Il va nous permettre de déterminer la position apparente du Soleil sur la sphère céleste mais il nous faut tout d'abord définir les éléments de la sphère céleste locale. Considérons la figure 5 :

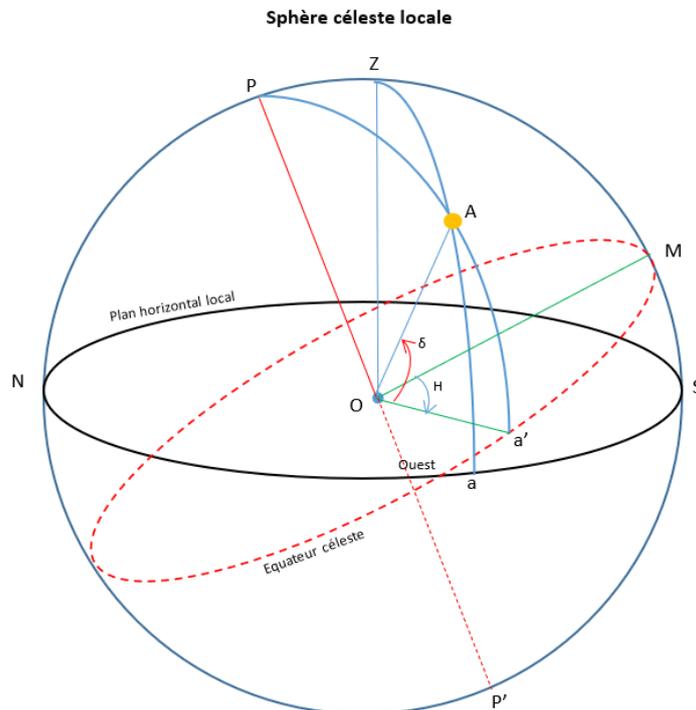


Figure 5 : le système de coordonnées horizontales est un système local rapporté au zénith. Le triangle sphérique PZA est dénommée triangle de position.

où A est le point figuratif d'un astre quelconque.

A la verticale ascendante correspond la point Z que nous appellerons le zénith, le grand cercle passant par les points N et S, de centre O, figure le plan horizontal du lieu d'observation. La direction du pôle céleste Nord est représentée par le point P, fixe sur la sphère, le diamètre correspondant est la ligne des pôles ou l'axe du monde.

Pour tracer la ligne Nord-Sud, il suffit de couper l'horizon par le plan déterminé par la verticale et l'axe du monde ; l'intersection NS de ces plans est appelée la méridienne du lieu d'observation. Le plan représenté par le grand cercle NPZS est le méridien astronomique du lieu. Quant à la ligne Est-Ouest, passant par le point O, elle est perpendiculaire à NS. Comme la verticale et l'axe du monde sont deux directions invariables pour un lieu donné, le plan méridien est lui-même invariable.

On donne le nom de sphère céleste locale à la sphère sur laquelle sont figurés les éléments fondamentaux qui viennent d'être définis.

Le grand cercle passant par PAA', donc par le pôle et le point A, est le cercle horaire de ce point. L'angle horaire du point A est, par définition, l'angle de son cercle horaire et du demi-méridien passant par les points PZMP' dirigé vers le Sud. Il est mesuré par l'arc équatorial Ma', compté positivement dans le sens rétrograde, c'est-à-dire dans le sens du mouvement diurne. On le représente par la lettre H.

On exprime les angles horaires non pas en degrés, mais en heures et fractions sexagésimales ou décimales.

La distance du point A à l'équateur céleste, mesurée par l'arc Aa' est sa déclinaison. On la représente par la lettre δ . Elle se compte positivement vers le pôle céleste Nord, négativement vers le pôle céleste Sud et elle s'exprime usuellement en degrés de -90° pour le pôle Sud à $+90^\circ$ pour le pôle Nord.

L'angle horaire H et la déclinaison déterminent complètement la position du point A. Ce sont ses coordonnées horaires.

On s'assurera sans peine que les coordonnées horaires du zénith sont :

$$H = 0 \quad \delta = \varphi$$

φ étant la latitude du lieu.

Si l'astre A est une étoile, sa direction est représentée à chaque instant par un point sur la sphère céleste. *L'observation montre que la distance angulaire PA de l'étoile A au pôle céleste P reste invariable.* En conséquence, le lieu du point directeur de l'étoile A est un petit cercle de la sphère, de pôle P. On donne le nom de sphère des fixes (c'est-à-dire des étoiles fixes). à la sphère céleste qui porte ainsi les points figuratifs des étoiles. et les entraîne dans son mouvement autour de PP'.

La distance angulaire PA étant invariable, on en conclut que la déclinaison de A l'est aussi. ¹. Tel n'est pas le cas pour le Soleil.

Le Soleil se lève dans la direction de l'Est, culmine à son passage au méridien, dans la direction du Sud dans notre hémisphère, et se couche dans la direction de l'Ouest. Le passage au méridien détermine le midi vrai. L'ombre d'un objet vertical, éclairé par le Soleil, est alors dirigé vers le Nord. Elle est d'autant plus courte que la hauteur du Soleil est plus grande.

Cela suffit pour conclure que le Soleil n'occupe pas un point fixe sur la sphère céleste.

Les Anciens avaient reconnu les lois suivantes qui régissent le mouvement apparent annuel du Soleil :

- Le centre du Soleil décrit, en un an, un grand cercle sur la sphère des fixes.
- Son mouvement est direct, c'est-à-dire de sens opposé à celui du mouvement diurne.

¹ En première approximation en toute rigueur, mais peu importe ici.

Ce modèle simplifié permet déjà d'expliquer la durée de l'année, les saisons, les zones géographiques, l'inégalité des journées et des nuits.
Le grand cercle décrit par le centre du Soleil est appelé écliptique. La figure 6 représente l'écliptique tracée sur la sphère des fixes (le mouvement du Soleil décrit ici est indépendant du mouvement diurne).

Mouvement apparent du Soleil. Coordonnées équatoriales

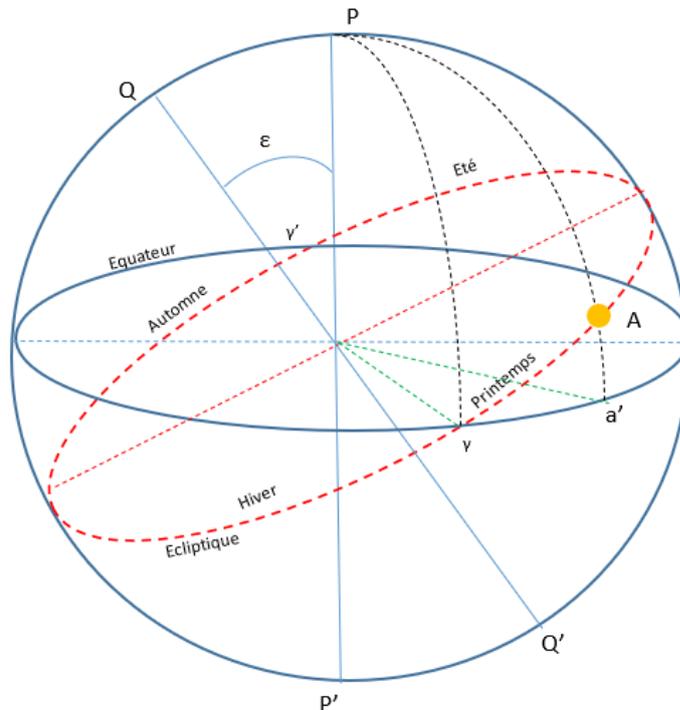


Figure 6 : Le grand cercle décrit par le centre du Soleil est dénommé écliptique, il définit la position apparente du Soleil par rapport à la Terre. Les coordonnées équatoriales sont rapportées au pôle et à l'équateur céleste. Elles sont indépendantes de la position de l'observateur sur la Terre.

Les points d'intersection γ et γ' de l'écliptique et de l'équateur céleste sont appelés les nœuds de l'écliptiques. On distingue le nœud ascendant γ où le Soleil passe lorsqu'il quitte l'hémisphère austral pour entrer dans l'hémisphère boréal ; et le nœud descendant γ' où le Soleil passe en rentrant dans l'hémisphère austral.

C'est le nœud ascendant de l'écliptique qui a été choisi comme origine des ascensions droites. Soit le cercle horaire d'un astre passant par les points PA et le cercle horaire passant par les points P γ que nous prenons pour origine ; on appelle ascension droite d'un astre A l'angle du cercle horaire de l'astre et du cercle horaire origine dont l'arc intercepté par cet angle est $\gamma a'$. Elle se compte positivement dans le sens direct.

Pour achever de décrire la position de l'écliptique sur la sphère des fixes, il faut connaître encore son obliquité sur l'équateur. C'est l'angle ϵ que font les normales PP' et QQ' à ces deux plans. L'obliquité de l'écliptique est actuellement de $23,4^\circ$.

Pour préciser le déplacement apparent du Soleil, on peut mesurer chaque jour ses coordonnées équatoriales, à l'aide d'une lunette méridienne par exemple. Les résultats de ces mesures sont les suivants :

- L'ascension droite du Soleil augmente environ de 1 degré par jour.
- La déclinaison du Soleil varie suivant une loi périodique.

Elle est nulle lors du passage du point γ , croît jusqu'à atteindre $23,4^\circ$ vers le 21 juin, elle décroît ensuite pour atteindre zéro au point γ' et $-23,4^\circ$ vers le 21 décembre puis croît de nouveau pour redevenir nulle au point γ de l'année suivante.

Nous sommes maintenant en possession de tous les éléments nécessaires pour résoudre le triangle PZA de la figure 5. Ce triangle est dénommé triangle de position ou encore triangle parallactique.

Les côtés de ce triangle sont des arcs de grands cercles, nous allons utiliser la formule fondamentale de la trigonométrie sphérique afin de parvenir à nos fins.

Nous allons résoudre ce triangle par rapport à la distance zénithale de l'astre A, c'est-à-dire par rapport à l'arc ZA, et l'angle P. Nous appellerons ζ l'angle qui intercepte l'arc ZA.

Nous remarquons que :

- $\widehat{NZ} = \widehat{NP} + \widehat{PZ} \Rightarrow$ l'arc (PZ) est intercepté par un angle valant $\frac{\pi}{2} - \varphi$ où φ est la latitude du lieu.
- $\alpha'P = \widehat{a'A} + \widehat{A'P} \Rightarrow$ l'arc (AP) est intercepté par un angle valant $\frac{\pi}{2} - \delta$ où δ est la déclinaison de l'astre.
- L'angle horaire H intercepte le même arc ($\alpha'M$) que l'angle P.

Nous appliquons la relation fondamentale de la trigonométrie sphérique :

$$\cos \zeta = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) * \cos \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) + \sin \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) * \sin \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) * \cos H$$

or,

$$\cos \zeta = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \zeta \right) = \sin h$$

L'angle h, qui intercepte l'arc (αA), est la hauteur de l'astre par rapport au plan horizontal local, c'est ce nous cherchons ; finalement :

$\sin h = \sin \varphi * \sin \delta + \cos \varphi * \cos \delta * \cos H \quad (1)$

En observant la formule (1), on constate que la hauteur de l'astre dépend de trois variables :

- La latitude du lieu d'observation.
- La déclinaison de l'astre
- L'angle horaire H

A la date du 6 avril, correspond une *déclinaison* $\delta = 6,2^\circ$; d'autre part la latitude de Saillé en Guérande est approximativement de $47,3^\circ$. La variable H est une grandeur algébrique, elle s'exprime en heure et nous avons l'équivalence $1h \Leftrightarrow 15^\circ$. En appliquant la formule (1), nous obtenons la courbe suivante (figure 7) :

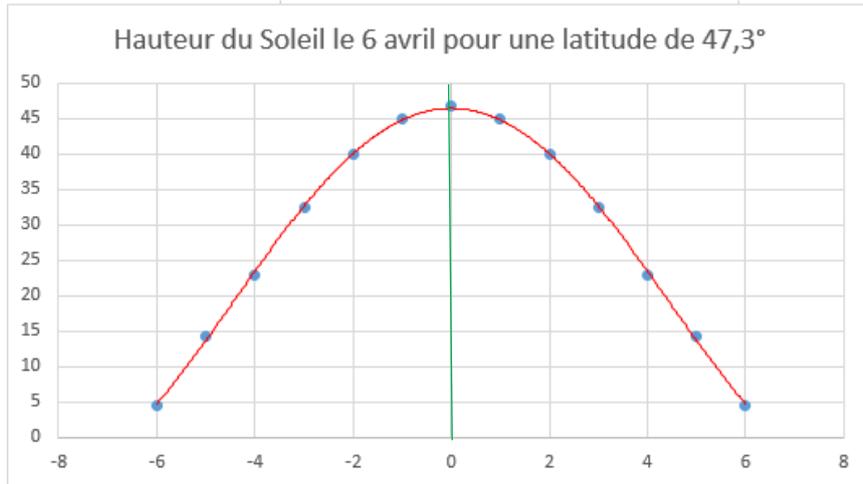


Figure 7 : Hauteur du Soleil obtenue à partir de la formule (1). Cette courbe présente un axe de symétrie par rapport au midi solaire vrai.

On remarque que la droite d'équation $h = 0$, qui correspond au midi solaire, est axe de symétrie du graphe de la fonction $h_{(\varphi, \delta)} = f(H)$; cela ne doit pas nous étonner car la méridienne du lieu est elle-même axe de symétrie du plan horizontal local. Nous allons utiliser cette propriété sans plus tarder.

1.3 Puissance et énergie. Intégration.

Nous ne tiendrons pas compte ici de l'absorption de l'atmosphère, on prendra pour hypothèse une atmosphère totalement transparente.

Nous savons que la puissance reçue du Soleil au niveau de la Terre par unité de surface perpendiculaire au rayonnement vaut environ 1360 Wm^{-2} . Nous considérerons cette grandeur comme étant constante et la dénommerons C.

Considérons un faisceau de lumière de 1 m^2 de section (figure 8), il éclaire au sol une surface horizontale S

Puissance reçue par unité de surface

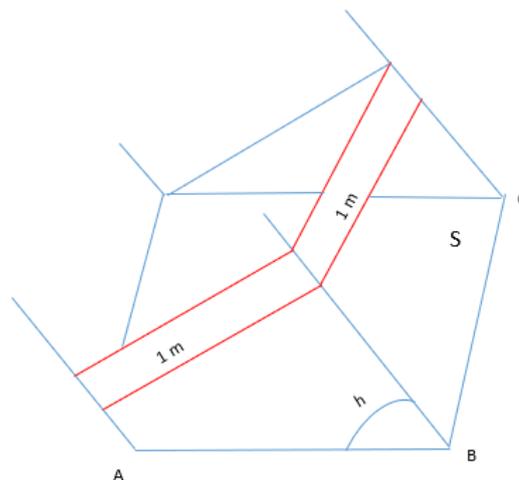


Figure 8 : Surface au sol éclairée par un faisceau de lumière de $1\text{m} \times 1\text{m}$

On a :

$$AB = \frac{1}{\sin h}$$

donc :

$$S = AB * 1 = \frac{1}{\sin h}$$

La puissance reçue par unité de surface s'exprime de la façon suivante :

$$\frac{C}{S} = C * \sin h \quad (2)$$

L'énergie reçue pendant une durée infinitésimale dt est donc égale à :

$$dE = C * \sin h * dt \quad (3)$$

On remplace $\sin h$ dans l'expression (3) par la formule (1). Nous allons auparavant procéder à un changement de variable en posant :

$$H = t * \frac{\pi}{12} \quad (4)$$

où t est l'heure solaire comptée à partir de midi.

Finalement, il vient :

$$dE = C * \left[\sin \varphi * \sin \delta + \cos \varphi * \cos \delta * \cos \left(t * \frac{\pi}{12} \right) \right] dt \quad (5)$$

Pour obtenir l'énergie reçue en une journée, il faut intégrer l'expression (5) du Lever (-L) au Coucher (+L). On obtient :

$$E = C * [\sin \varphi * \sin \delta * t]_{-L}^{+L} + C * \left[\frac{12}{\pi} * \cos \varphi * \cos \delta * \sin \left(t * \frac{\pi}{12} \right) \right]_{-L}^{+L} \quad (5')$$

soit :

$$E = 2CL. \sin \varphi. \sin \delta + \frac{24}{\pi} C * \cos \varphi. \cos \delta. \sin \left(L * \frac{\pi}{12} \right)$$

L'heure L donnant l'heure du Lever et du Coucher du Soleil s'obtient à partir de la formule (1) :

$$\cos H = \frac{\cos \zeta - \sin \varphi. \sin \delta}{\cos \varphi. \cos \delta}$$

or, sur la figure 5, on remarque que l'arc (Za) est intercepté par un angle valant $\frac{\pi}{2}$ en conséquence $\cos \zeta = 0$, il vient :

$$\cos H = -tg \varphi. tg \delta$$

En insérant l'égalité (4) et en posant $t=L$, on obtient :

$$\cos \left(L * \frac{\pi}{12} \right) = -tg \varphi. tg \delta$$

Isolons L dans le premier membre :

$$L \frac{\pi}{12} = \arccos(-tg \varphi. tg \delta)$$

soit,

$$L = \frac{12}{\pi} \arccos(-tg \varphi. tg \delta)$$

Regroupons nos résultats :

$$E = 2CL. \sin \varphi. \sin \delta + \frac{24}{\pi} C * \cos \varphi. \cos \delta. \sin \left(L * \frac{\pi}{12} \right) \quad (6)$$

$$L = \frac{12}{\pi} \arccos(-tg \varphi. tg \delta) \text{ pour } |tg \varphi. tg \delta| \leq 1 \quad (7)$$

Exemple

Il nous faut tout d'abord définir la valeur numérique de C, le temps t et L étant comptés en heures, on prendra $C = 1360 * 3600 \text{ Jh}^{-1}\text{m}^{-2} \approx 4,9 \text{ MJh}^{-1}\text{m}^{-2}$.

Ainsi à la date du 6 avril, nous avons $\delta = 6,2^\circ$, pour une latitude de $47,3^\circ$, nous obtenons pour l'heure du Lever (en ramenant le tout en degrés) :

$$L = \frac{12}{180} \arccos[-tg(47,3^\circ) * tg(6,2^\circ)] = 6,45h$$

Pour l'énergie, nous obtenons :

$$E = 2 * 4,9 * 6,45 * \sin(47,3^\circ). \sin(6,2^\circ) + \frac{24}{\pi} * 4,9 * \cos(47,3^\circ). \cos(6,2^\circ). \sin \left(6,45 * \frac{180}{12} \right)$$

$$E \approx 5 + 25 = 30 \text{ MJm}^{-2} * \text{jour}^{-1}$$

Ainsi, les formules (6) et (7) permettent de calculer l'énergie reçue par n'importe quel point de la surface de la Terre pour une date donnée.

Elargissons notre propos, nous savons que chaque hémisphère de la Terre est partagé en trois zones distinctes : La zone tropicale, la zone tempérée et la zone polaire. Nous allons découper un demi-méridien, de l'hémisphère Nord par exemple, en quatre arcs égaux pour chacune des trois zones et pour chacune des latitudes ainsi définies, calculer l'énergie reçue en ces points pour quatre jours remarquables de l'année : les deux équinoxes et les deux solstices.

Les résultats obtenus sont consignés dans les trois tableaux suivants :

Zone tropicale $0 \leq \varphi \leq 23,4^\circ$

Latitude en degrés d'arc	Déclinaison du Soleil en degré d'arc	Durée de la journée en heure décimale	Energie en MJ/(m ² *jour)
0	0	12	37,4
0	23,4	12	34,3
0	0	12	37,4
0	-23,4	12	34,3
5,8	0	12	37,2
5,8	23,4	12,3	36,5
5,8	0	12	37,2
5,8	-23,4	11,7	31,8
11,7	0	12	36,6
11,7	23,4	12,6	38,5
11,7	0	12	36,7
11,7	-23,4	11,4	29
17,5	0	12	35,7
17,5	23,4	13	40
17,5	0	12	35,7
17,5	-23,4	11	26
23,4	0	12	34,3
23,4	23,4	13,4	41,3
23,4	0	12	34,3
23,4	-23,4	10,6	22,7

Tableau 1 : Energie solaire reçue en zone tropicale aux équinoxes et aux solstices pour différentes latitudes.

Zone tempérée $23,4 \leq \varphi \leq 66,6^\circ$

Latitude en degrés d'arc	Déclinaison du Soleil en degré d'arc	Durée de la journée en heure décimale	Energie en MJ/(m ² *jour)
23,4	0	12	34,3
23,4	23,4	13,4	41,3
23,4	0	12	34,3
23,4	-23,4	10,6	22,7
34,2	0	12	30,9
34,2	23,4	14,2	42,8
34,2	0	12	30,9
34,2	-23,4	9,8	15,5
45	0	12	26,4
45	23,4	15,4	43
45	0	12	26,4
45	-23,4	8,6	10
55,8	0	12	21
55,8	23,4	17,2	42,7
55,8	0	12	21
55,8	-23,4	6,8	4,1
66,6	0	12	14,9
66,6	23,4	24	42,9
66,6	0	12	14,9
66,6	-23,4	0	0

Tableau 2 : Energie solaire reçue en zone tempérée aux équinoxes et aux solstices pour différentes latitudes.

Zone polaire $66,6 \leq \varphi \leq 90^\circ$

Latitude en degrés d'arc	Déclinaison du Soleil en degré d'arc	Durée de la journée en heure décimale	Energie en MJ/(m ² *jour)
66,6	0	12	14,9
66,6	23,4	24	42,9
66,6	0	12	14,9
66,6	-23,4	0	0
72,4	0	12	11,3
72,4	23,4	24	44,5
72,4	0	12	11,3
72,4	-23,4	0	0
78,3	0	12	7,6
78,3	23,4	24	45,7
78,3	0	12	7,6
78,3	-23,4	0	0
84,1	0	12	3,8
84,1	23,4	24	46,6
84,1	0	12	3,8
84,1	-23,4	0	0
90	0	12	0
90	23,4	24	46,7
90	0	12	0
90	-23,4	0	0

Tableau 3 : Energie solaire reçue en zone polaire aux équinoxes et aux solstices pour différentes latitudes.

Le tableau 3 nécessite quelques explications :

Considérons par exemple les cas d'une latitude de $72,4^\circ$ pour les solstices d'été et d'hiver, soit une déclinaison respective $\delta = 23,4^\circ$ et $\delta = -23,4^\circ$

Et cherchons l'heure de Lever du Soleil pour les deux cas, le produit $(-tg \varphi \cdot tg \delta)$ nous donne :

$$(-tg(72,4^\circ) \cdot tg(23,4)) = -1,36$$

D'autre part :

$$(-tg(72,4^\circ) \cdot tg(-23,4)) = +1,36$$

Or la fonction arccos est définie seulement si la valeur de son argument est inférieure ou égale à 1. Comment interpréter ces résultats d'un point de vue astronomique ?

Au solstice d'été à la latitude indiquée, l'observation nous montre que le Soleil est circumpolaire. Il est donc intéressant de connaître les dates de début et de fin de ce phénomène.

Nous savons que c'est à minuit, pour une date donnée, que le Soleil atteint sa hauteur minimale, valeur négative dans les zones tropicales et tempérées, mais pas systématiquement dans les zones polaires.

A l'heure de minuit correspond un angle horaire de $\pm 12h$. Imaginons que le Soleil soit à la limite de l'horizon à cet instant précis, la formule (7) s'écrit :

$$12 = \frac{12}{\pi} \arccos(-tg \varphi \cdot tg \delta)$$

soit :

$$\pi = \arccos(-tg \varphi \cdot tg \delta)$$

$$1 = tg \varphi \cdot tg \delta$$

D'où

$$\delta = \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \right) \quad (8)$$

En appliquant nos données à la formule (8), on obtient $\delta = 17,6^\circ$

En consultant la Table en annexe, on relève qu'à cette déclinaison précise correspondent les dates de 10 mai et du 4 août, ce qui signifie :

Pour une latitude de $74,2^\circ$, le Soleil est circumpolaire du 10 mai au 4 août.

Remarquons que la journée, durée séparant le Lever du Coucher du Soleil, est approximativement de 87 jours solaires moyens.

Supposons maintenant que le Soleil soit à la limite de l'horizon lorsque l'angle horaire est nul. Dans ce cas nous aurons :

$$0 = \frac{12}{\pi} \arccos(-\operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta)$$

soit

$$1 = -\operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta$$

d'où

$$\delta = \operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \right) \quad (9)$$

Le calcul numérique nous donne, $\delta = -17,6^\circ$

Pour une latitude de $74,2^\circ$, le Soleil est sous l'horizon du 12 novembre au 30 janvier.

La nuit, durée séparant le Coucher du Lever du Soleil est d'environ 80 jours solaires moyens. Voyons maintenant le cas particulier de la latitude $\varphi = 90^\circ$, en appliquant la formule (8), nous avons :

$$\lim_{\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}} \delta = \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \right) = 0_+$$

Pour une latitude de 90° , pour l'hémisphère Nord, le Soleil est circumpolaire de l'équinoxe de printemps à l'équinoxe d'automne.

En appliquant la formule (9), on obtient :

$$\lim_{\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}} \delta = \operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \right) = 0_-$$

Pour une latitude de 90° , pour l'hémisphère Nord, le Soleil est sous l'horizon de l'équinoxe d'automne à l'équinoxe de printemps de l'année suivante.

Le tableau 3 bis résume les situations particulières de la zone polaire de l'hémisphère Nord

Position du Soleil en zone polaire

Latitude en degrés d'arc	Déclinaison du Soleil en degré d'arc	Hauteur du Soleil à midi solaire vrai en degrés d'arc	Observations
66,6	0	23,4	
66,6	23,4	46,8	Le Soleil est circumpolaire le jour du solstice d'été.
66,6	0	23,4	
66,6	-23,4	0	Le Soleil est sous l'horizon le jour du solstice d'hiver.
72,4	0	17,6	
72,4	23,4	41	Le Soleil est circumpolaire approximativement du 10/05 au 4/08
72,4	0	17,6	
72,4	-23,4	-5,8	Le Soleil est sous l'horizon approximativement du 12/11 au 30/01
78,3	0	11,7	
78,3	23,4	35,1	Le Soleil est circumpolaire approximativement du 21/04 au 23/08
78,3	0	11,7	
78,3	-23,4	-11,7	Le Soleil est sous l'horizon approximativement du 24/10 au 18/02
84,1	0	5,9	
84,1	23,4	29,3	Le Soleil est circumpolaire approximativement du 5/04 au 8/09
84,1	0	5,9	
84,1	-23,4	-17,5	Le Soleil est sous l'horizon approximativement du 08/10 au 6/03
90	0	0	
90	23,4	23,4	Le Soleil est circumpolaire de l'équinoxe de printemps à l'équinoxe d'automne.
90	0	0	
90	-23,4	-23,4	Le Soleil est sous l'horizon de l'équinoxe d'automne à l'équinoxe de printemps de l'année suivante.

Tableau 3 bis : La durée de la journée polaire (durée séparant le Lever du Coucher du Soleil) et la durée de la nuit polaire (durée séparant le Coucher du Lever du Soleil) peuvent parfois être supérieures à celle du jour solaire vrai qui est l'intervalle de temps entre deux midis solaires vrais.

La figure 9 indique la moyenne des énergies pour chacune des latitudes choisies pour un demi-méridien, on en déduit ainsi que la zone tropicale reçoit 45,8% de l'énergie incidente, les zones tempérée et polaire respectivement 34,2 et 20%

Répartition de l'énergie interceptée dans l'hémisphère Nord

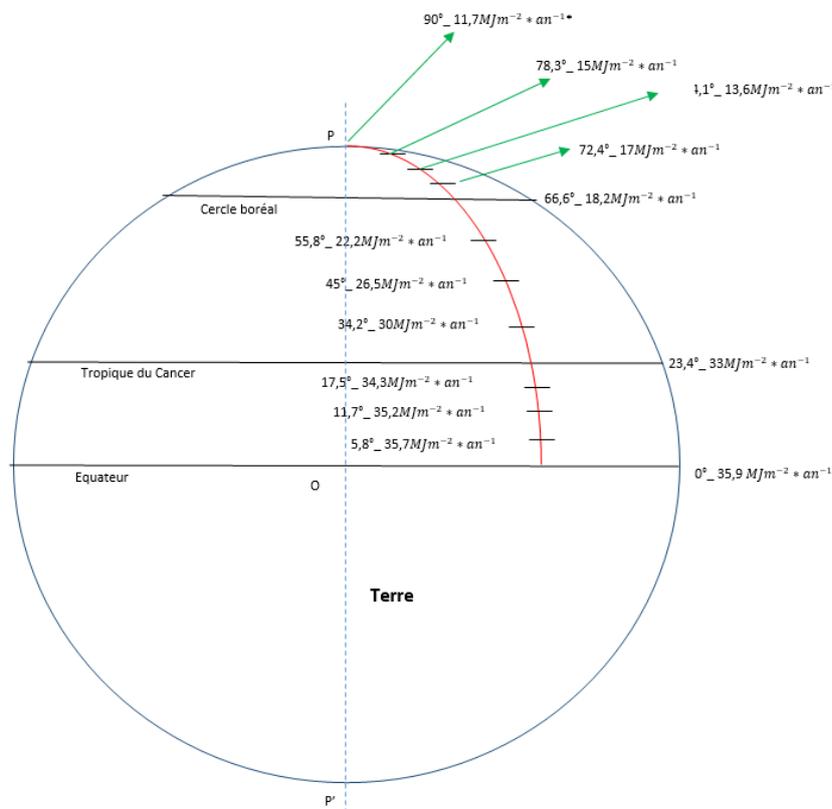


Figure 9 : Les valeurs indiquées sont les résultats de la moyenne arithmétique de l'énergie en $\text{MJ} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{an}^{-1}$ solaire interceptée aux journées d'équinoxes et de solstices pour une latitude donnée.

Bien entendu, on peut améliorer la précision en multipliant le nombre de points sur le demi-méridien ainsi que le nombre de jours associés à chacun d'entre-eux, on aura alors intérêt à automatiser les calculs, ce soin est laissé au lecteur intéressé.

Reprenons l'expression (6) et posons :

$$A = 2L \cdot \sin \varphi \cdot \sin \delta$$

$$B = \frac{24}{\pi} \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin \left(L * \frac{\pi}{12} \right)$$

soit ΔC une petite variation du flux radiatif incident, l'expression (6) devient :

$$E \pm \Delta E = A(C + \pm \Delta C) + B (C + \pm \Delta C)$$

Il reste après simplification :

$$\pm \Delta E = \pm \Delta C (A + B)$$

Cette dernière expression montre que pour une variation donnée du flux radiatif incident, la variation correspondante de l'énergie dépend de la latitude du lieu ainsi que de la déclinaison du Soleil, autrement dit de la période de l'année.

1.4 Épaisseur relative de l'atmosphère.

L'atmosphère n'est pas transparente, une fraction du flux radiatif incident est absorbée par celle-ci.

C'est particulièrement vrai lorsque le Soleil est bas sur l'horizon, c'est ce que nous avons déjà observé à la figure 2.

Considérons la figure 10

Épaisseur relative de l'atmosphère

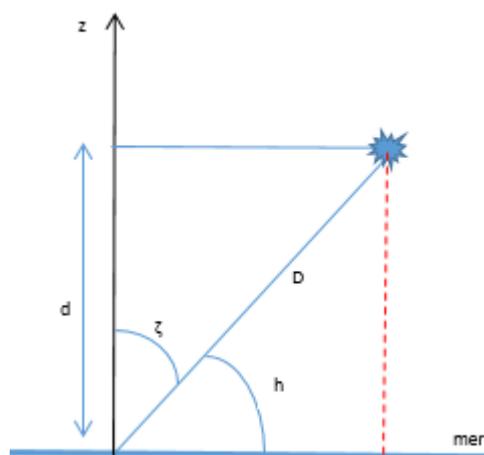


Figure 10 : l'épaisseur relative de l'atmosphère est fonction de la sécante du complément de la hauteur

d est l'épaisseur verticale de l'atmosphère mesurée au niveau de la mer, D est la distance parcourue dans l'atmosphère par un rayon en provenance du Soleil. Notons m le rapport D/d :

$$m = \frac{D}{d} \quad (10)$$

$$d = \cos \zeta * D$$

$$m = \frac{D}{\cos \zeta * D} = \frac{1}{\cos \zeta} = \sec \zeta \quad (11)$$

Ainsi, la fonction (sec) que nous venons de définir permet d'évaluer l'épaisseur relative d'atmosphère traversée ; ceci étant dit, généralisons notre propos et considérons la formule (1) sous la forme suivante :

$$\cos \zeta = \sin \varphi * \sin \delta + \cos \varphi * \cos \delta * \cos H$$

La fonction (sec) s'écrit alors :

$$\sec \zeta = \frac{D}{d} = \frac{1}{\sin \varphi * \sin \lambda + \cos \varphi * \cos \lambda * \cos H} \quad (12)$$

L'épaisseur relative de l'atmosphère dépend non seulement de l'angle horaire, mais aussi de la latitude du lieu et de l'époque de l'année.

Exemple

Considérons la journée du 6 avril, la déclinaison est de 6,2° et une latitude de 47,3°. La formule (12) prend la forme numérique suivante :

$$\sec \zeta = \frac{1}{0,079 + 0,67 * \cos H}$$

On obtient le graphe de la figure 11 où sec ζ est fonction de la valeur absolue de l'angle horaire :

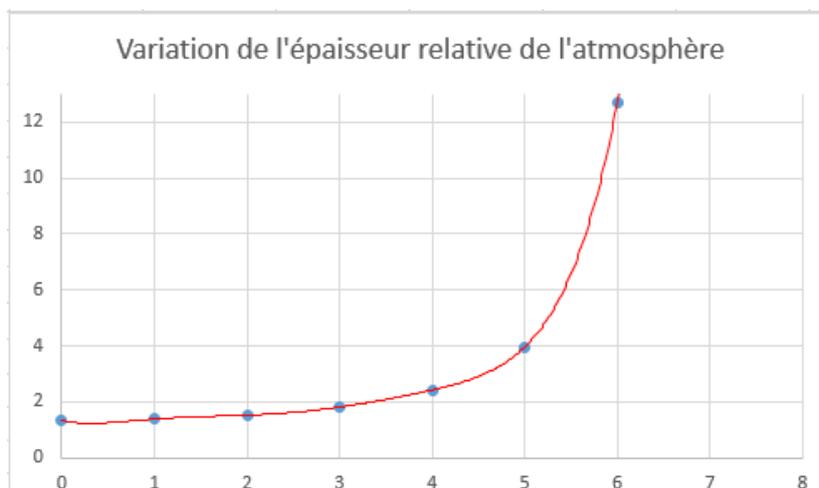


Figure 11 : Variation de l'épaisseur relative de l'atmosphère en fonction de l'angle horaire pour la journée du 6 avril à une latitude de 47,3°.

On constate que la fonction $\sec \zeta$ est relativement constante pour un angle horaire compris entre $\pm 30^\circ$ et qu'elle croît ensuite rapidement.²

Pour $\varphi = \lambda = 0$, nous avons :

$$\sec \zeta = \frac{1}{\cos H}$$

Cette situation se présente uniquement au niveau de l'équateur et seulement deux fois par an à l'époque des équinoxes. Dans ce cas précis, la Soleil est dans le plan de l'équateur céleste et celui-ci est perpendiculaire au plan horizontal local ; si on se reporte à la figure 5, on constate alors que l'arc (Ma') se superpose à l'arc (ZA) qui est la distance zénithale. Finalement, on en revient à la figure 10 qui n'est qu'un cas particulier.

2 Equilibre thermique.

2.1 Observations. Modèle rudimentaire.

Reprenons les données de l'observatoire météorologique de la station de Saillé en Guérande. La figure 12 montre l'évolution de la hauteur du Soleil et de la température entre 0 et 23h le 6 avril 2017. On remarque que la hauteur maximale est atteinte 12h après le Lever du Soleil, tandis que la température atteint son maximum 15h après le Lever, soit un décalage d'environ 3h entre les deux évènements.

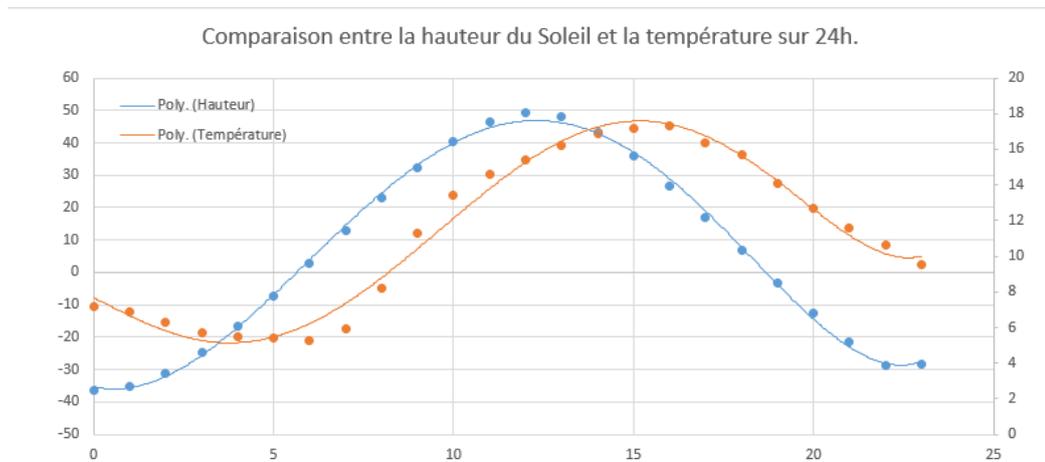


Figure 12 : Comparaison entre la hauteur du Soleil et la température entre 0 et 23h, observatoire de Saillé en Guérande. En abscisse, l'heure TU et en ordonnées, la température en degré Celsius à droite, la hauteur en degrés d'arc à gauche.

Nous avons vu par ailleurs qu'il existe une étroite corrélation entre la hauteur du Soleil et l'éclairement au sol, il est alors tentant d'établir une relation qui lie les évolutions au cours du temps de l'éclairement au sol et de la température. Les observations sous-tendent que le système étudié est doué d'inertie thermique.

² Les astrophotographes savent parfaitement qu'ils ont tout intérêt à photographier un astre à $\pm 2h$ de son passage au méridien, c'est particulièrement vrai sur la Presqu'île de Guérande située seulement à quelques mètres au-dessus du niveau de la mer.

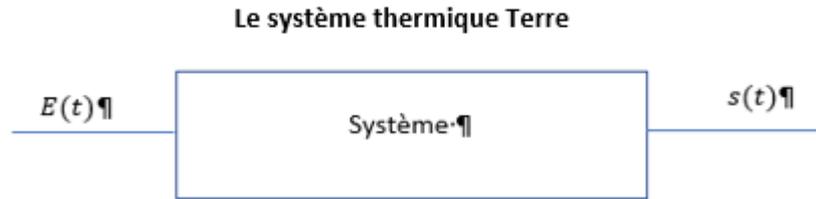


Figure13 : Le système Terre est assimilé à un passe-bas du 1^{er} ordre monovariante. la nature des transferts thermiques au sein du système nous importe peu, seules les grandeurs d'entrée-sortie importent.

où $E(t)$ est l'éclairement, $s(t)$ la température et le système un point matériel de masse m . Il est alors possible de lier la sortie $s(t)$ et l'entrée $E(t)$ par une équation différentielle du 1^{er} ordre de la forme :

$$\tau(t) \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = KE(t) \quad (13)$$

où $\tau(t)$ est la constante de temps du système qui caractérise le système, en effet si diagramme analogique (figure 14) d'écoule directement de l'équation (13); $s(t)$ s'obtient en intégrant $\frac{ds(t)}{dt}$ à partir de la condition initiale $E_{(t=0^+)}$.

$\frac{ds(t)}{dt}$ s'obtient par la différence :

$$\frac{1}{\tau(t)} E(t) - \frac{1}{\tau(t)} s(t) = \frac{1}{\tau(t)} (KE(t) - s(t))$$

Ce diagramme analogique montre qu'un système à constante de temps est constitué d'un intégrateur dont la sortie revient en contre-réaction sur l'entrée. La constante de temps τ est fixée par le taux de contre-réaction. Précisons qu'un intégrateur inclus, comme celui-ci, dans une boucle de contre-réaction de sa sortie sur l'entrée d'un sommateur est appelé intégrateur lié.

Structure analogique d'un système du 1^e ordre

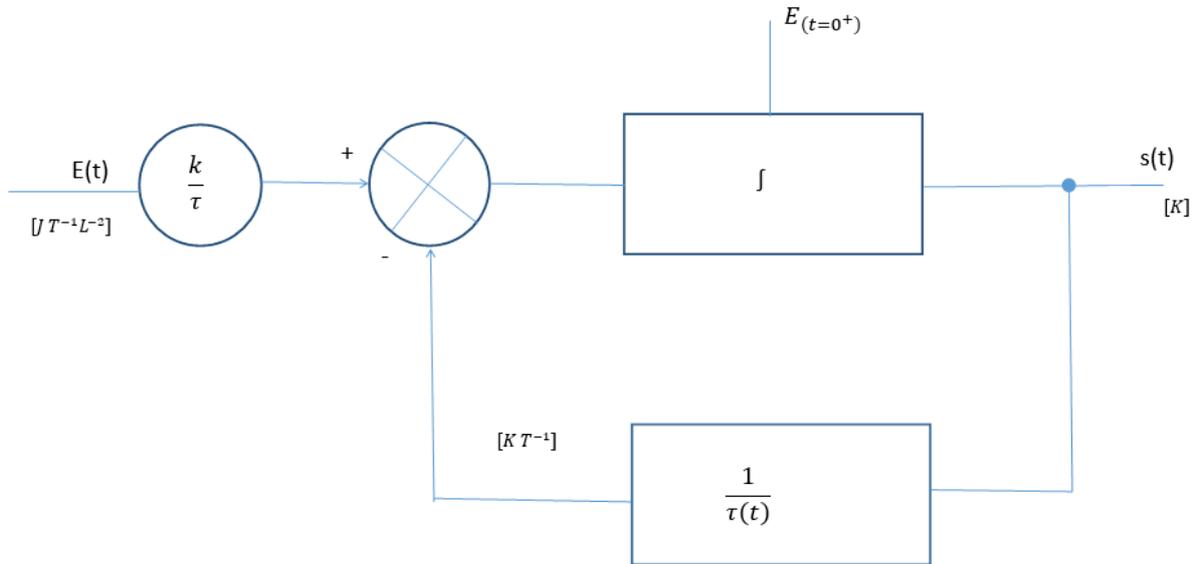


Figure14 : Diagramme analogique d'un système du 1^{er} ordre. Les dimensions des grandeurs physiques ont été ajoutées ; on remarquera la contre-réaction naturelle d'un tel système.

La résolution de l'équation (13) ne pose pas de problème particulier, on considère d'abord l'équation sans le terme $E(t)$, soit sous la forme :

$$\frac{dy}{dt} + \frac{1}{\tau(t)}y = 0 \quad (13')$$

On recherche la solution de cette équation. Les variables se séparent et après intégration on obtient :

$$y = C e^{-\int \frac{1}{\tau(t)} dt}$$

où C est la constante d'intégration. On remplace l'intégrale indéfinie par une intégrale définie ayant sa limite supérieure variable :

$$y = C e^{\int_{t_0}^t \frac{1}{\tau(t)} dt}$$

Si on a la condition initiale $s = s_0$ alors $C = s_0$. Maintenant on cherche une solution de l'équation (13) sous la forme :

$$s = u e^{-\int \frac{1}{\tau(t)} dt}$$

en considérant que u n'est pas une constante mais une fonction de t que l'on doit chercher. En différentiant, on obtient :

$$s' = u' e^{-\int \frac{1}{\tau(t)} dt} - u \frac{1}{\tau(t)} e^{-\int \frac{1}{\tau(t)} dt}$$

En portant ce résultat dans (13), on obtient :

$$u' e^{-\int \frac{1}{\tau(t)} dt} - u \frac{1}{\tau(t)} e^{-\int \frac{1}{\tau(t)} dt} + u \frac{1}{\tau(t)} e^{-\int \frac{1}{\tau(t)} dt} + KE(t) = 0$$

Soit après simplification :

$$u' e^{-\int \frac{1}{\tau(t)} dt} + KE(t) = 0$$

$$u' = -KE(t) e^{\int \frac{1}{\tau(t)} dt}$$

$$du = -KE(t) e^{\int \frac{1}{\tau(t)} dt} dt$$

en intégrant, sans omettre le terme constant :

$$u = C - K \int E(t) e^{\int \frac{1}{\tau(t)} dt} dt$$

et finalement

$$s(t) = e^{-\int \frac{1}{\tau(t)} dt} \left[C - K \int E(t) e^{\int \frac{1}{\tau(t)} dt} dt \right]$$

En remplaçant les intégrales indéfinies par des intégrales définies avec une limite d'intégration supérieure variable, nous réécrivons la formule ci-dessus :

$$s(t) = e^{-\int_{t_0}^t \frac{1}{\tau(u)} du} \left[C - K \int_{t_0}^t E(v) e^{\int_{t_0}^v \frac{1}{\tau(u)} du} dv \right]$$

Nous avons désigné ici les variables d'intégration u et v différentes de t afin d'éviter toute confusion. Si on donne la valeur initiale, on a la solution de l'équation (13)

$$s(t) = e^{\int_{t_0}^t \frac{1}{\tau(u)} du} \left[s_0 - K \int_{t_0}^t E(v) e^{\int_{t_0}^v \frac{1}{\tau(u)} du} dv \right] \quad (14)$$

qui est la solution la plus générale de notre système.

2.2 Condition d'équilibre thermique

Reprenons notre système, cette fois-ci la grandeur de sortie n'est plus la température mais le flux radiatif émis par le système (figure 15), celui-ci étant constitué d'un point matériel de masse m et de la colonne d'air adiabatique de même direction que la normale au plan contenant ce point³.

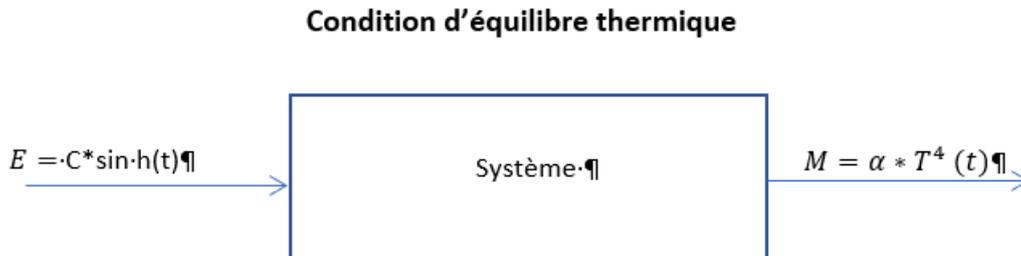


Figure 15 : La grandeur d'entrée est l'éclairement incident, la grandeur de sortie est le flux radiatif émis par le système. Les deux grandeurs s'expriment en $W * m^{-2}$.

Nous avons vu plus haut que le flux incident, ou flux d'entrée du système, E , est fonction de la hauteur du Soleil, le flux de sortie, ou exittance, est donnée par la loi de Stephan ; α est un coefficient qui dépend de l'émissivité du système que nous supposons constante.

Si on donne à la variable t un accroissement Δt positif (ou négatif) elle devient $t + \Delta t$, la nouvelle valeur du flux incident devient $E + \Delta E$ (fig.16). L'accroissement de l'énergie est donné par la formule :

$$\Delta E = C \sin h(t + \Delta t) - C \sin h(t)$$

de la même manière, nous avons pour le flux sortant :

$$\Delta M = \alpha T^4 (t + \Delta t) - \alpha T^4 (t) \quad \text{avec } T \text{ en Kelvin ; } T \neq 0$$

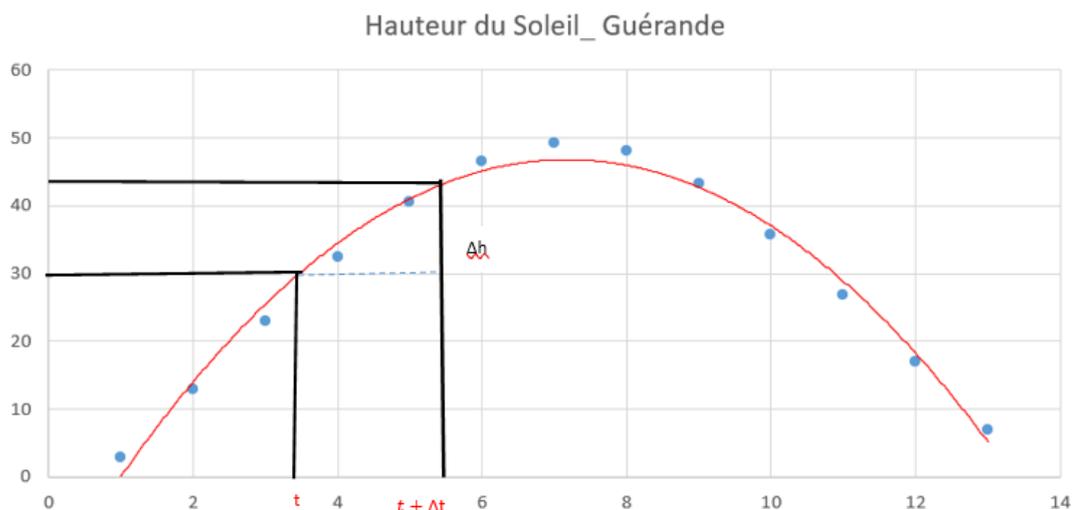


Figure 16 : Une variation de la hauteur du Soleil positive ou négative, entraîne dans le même sens une variation du flux incident. L'équilibre thermique du système est conservé si le flux sortant varie d'une même quantité algébrique.

³ 99% de la masse atmosphérique est située sous une altitude de 30km, soit $\approx 0,05\%$ du rayon terrestre.

Précisons que les échanges thermiques se produisant sein du système nous importent peu, seuls nous intéressent ici les signaux d'entrée et de sortie.

Formons le rapport de l'accroissement des fonctions à l'accroissement de la variable indépendante.

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{C \sin h(t + \Delta t) - C \sinh(t)}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = \frac{\alpha T^4(t + \Delta t) - \alpha T^4(t)}{\Delta t}$$

Le passage à la limite nous donne :

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{C \sin h(t + \Delta t) - C \sinh(t)}{\Delta t} = \frac{d}{dt} [C \sin h(t)]$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\alpha T^4(t + \Delta t) - \alpha T^4(t)}{\Delta t} = \frac{d}{dt} [\alpha T^4(t)]$$

A l'équilibre thermique, nous avons :

$$\frac{d}{dt} [C \sin h(t)] = \frac{d}{dt} [\alpha T^4(t)]$$

Si deux termes ont des dérivées égales, cela signifie qu'ils sont égaux à une constante près, ce que nous allons écrire comme ceci :

$$\frac{d}{dt} [C \sin h(t) - \alpha T^4(t)] = 0$$

Soit :

$$C \sin h(t) - \alpha T^4(t) = cst \quad (15)$$

Ainsi un point M (figure 17) à la surface de la Terre de coordonnées cartésiennes :

$$\vec{OM} = \begin{pmatrix} r \sin \theta \cos \phi \\ r \sin \theta \sin \phi \\ r \cos \theta \end{pmatrix}$$

est à l'équilibre thermique uniquement si $\Delta t \rightarrow 0$, où autrement dit, la température d'un point matériel ne peut varier d'une quantité finie en un temps nul.

Position d'un point sur la Terre

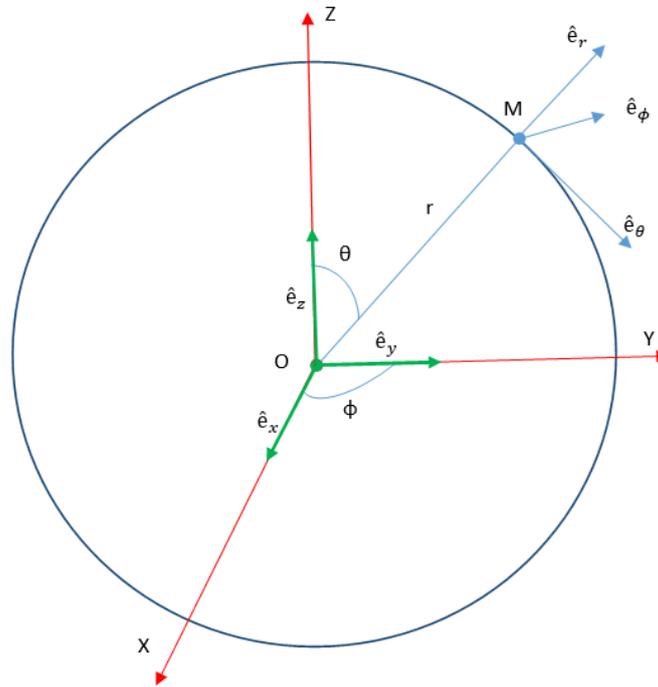


Figure 17 : Un point M quelconque à la surface de la Terre dont la position est définie par ses coordonnées cartésiennes ne peut être à l'équilibre thermique que pour une durée Δt tendant vers zéro.

Remarque :

Les variations de températures indiquées à la figure 12 sont la conséquence du mouvement de rotation de la Terre autour de son axe Nord-Sud, de période $T=24h$ correspond à la durée du jour solaire moyen.

Nous aurions pu choisir une autre base de temps, ainsi la figure 18 représente les variations de la hauteur du Soleil et de la température, mesurées à midi UTC, sur une période de 365,2422 jours correspondant à l'année tropique.

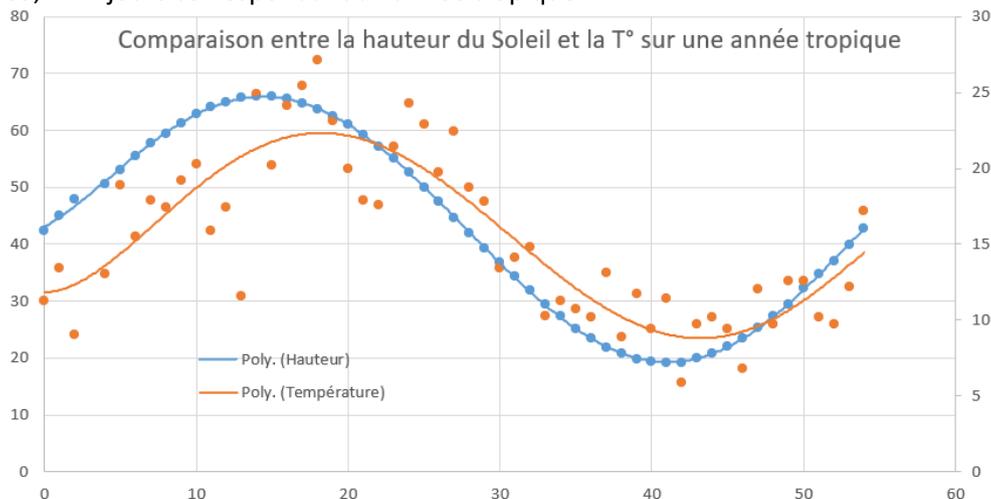


Figure 18 : Variations de la hauteur du soleil et de la température, mesurées à midi UT, pour l'année tropique s'étalant du 20 mars 2020 au 19 mars 2021. En abscisses, le numéro des semaines, en ordonnées la température en degrés Celsius à droite, la hauteur en degrés d'arc à gauche. Observatoire de Saillé en Guérande.

Là encore on remarque un retard de l'évolution de la température par rapport à celle de la hauteur du Soleil. Ce retard est approximativement de quatre semaines, c'est à dire que les températures maximales sont atteintes fin juillet et les minimales fin janvier.

La figure 18 met en évidence le mouvement de translation de la Terre autour du Soleil ainsi que l'inclinaison de $23,4^\circ$ de son axe de rotation par rapport à la normale au plan de l'écliptique.

Conclusion.

Dans la littérature consacrée au climat il est de bon ton de considérer, pour solde de tout compte, un flux solaire uniformément réparti à la surface de la Terre. La réalité est plus complexe. Dans le modèle simplifié que nous avons utilisé, le flux solaire incident dépend de paramètres astronomiques tels que la déclinaison et de l'angle horaire du Soleil ainsi que de la latitude du lieu. En effet, le mot climat vient du latin *clima* qui désigne étymologiquement l'angle entre les rayons solaires et la surface terrestre.

Nous avons introduit la notion d'énergie, capitale en physique, et nous avons constaté que celle-ci était inégalement répartie à la surface du globe.

Le modèle utilisé dans ce document peut bien entendu être amélioré en tenant compte du caractère elliptique de l'orbite terrestre, il apparaîtra alors que la "constante" solaire ne l'est plus et que les durées des saisons sont inégales, conséquences directes de la deuxième loi de Kepler.

Un modèle physique rudimentaire montre que la Terre n'atteint jamais un quelconque équilibre thermique.

Le climat terrestre est gouverné par la répartition du flux solaire à la surface du globe, les variations de ce flux étant liées à l'activité solaires et aux différents paramètres orbitaux de la Terre.

Annexe : Table approximative de la déclinaison du Soleil.

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
1	01/01	-79	-22,89°
2	02/01	-78	-22,80°
3	03/01	-77	-22,70°
4	04/01	-76	-22,59°
5	05/01	-75	-22,48°
6	06/01	-74	-22,36°
7	07/01	-73	-22,23°
8	08/01	-72	-22,09°
9	09/01	-71	-21,95°
10	10/01	-70	-21,8°
11	11/01	-69	-21,65°
12	12/01	-68	-21,49°
13	13/01	-67	-21,32°
14	14/01	-66	-21,15°
15	15/01	-65	-20,95
16	16/01	-64	-20,78°
17	17/01	-63	-20,59°
18	18/01	-62	-20,39°
19	19/01	-61	-20,18°
20	20/01	-60	-19,97°
21	21/01	-59	-19,75°
22	22/01	-58	-19,53°
23	23/01	-57	-19,3°
24	24/01	-56	-19,07°
25	25/01	-55	-18,83°
26	26/01	-54	-18,56°
27	27/01	-53	-18,33°
28	28/01	-52	-18,08°
29	29/01	-51	-17,82°
30	30/01	-50	-17,55°
31	31/01	-49	-17,28°
32	01/02	-48	-17°
33	02/02	-47	-16,72°
34	03/02	-46	-16,44°
35	04/02	-45	-16,15°
36	05/02	-44	-15,85°
37	06/02	-43	-15,56°
38	07/02	-42	-15,25°
39	08/02	-41	-14,85°
40	09/02	-40	-14,63°
41	10/02	-39	-14,32°
42	11/02	-38	-14°

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
43	12/02	-37	-13,68°
44	13/02	-36	-13,35°
45	14/02	-35	-13,02
46	15/02	-34	-12,69°
47	16/02	-33	-12,35°
48	17/02	-32	-12,01°
49	18/02	-31	-11,67°
50	19/02	-30	-11,32°
51	20/02	-29	-10,97°
52	21/02	-28	-10,62°
53	22/02	-27	-10,26°
54	23/02	-26	-9,91°
55	24/02	-25	-9,55°
56	25/02	-24	-9,19°
57	26/02	-23	-8,82°
58	27/02	-22	-8,45°
59	28/02	-21	-8,08°
60	01/03	-20	-7,71°
61	02/03	-19	-7,34°
62	03/03	-18	-6,96°
63	04/03	-17	-6,59°
64	05/03	-16	-6,21°
65	06/03	-15	-5,83°
66	07/03	-14	-5,45°
67	08/03	-13	-5,06°
68	09/03	-12	-4,68°
69	10/03	-11	-4,29°
70	11/03	-10	-3,91°
71	12/03	-9	-3,52°
72	13/03	-8	-3,13°
73	14/03	-7	-2,74°
74	15/03	-6	-2,35°
75	16/03	-5	-1,96°
76	17/03	-4	-1,57°
77	18/03	-3	-1,18°
78	19/03	-2	-0,78°
79	20/03	-1	-0,39°
80	21/03	0	+0,0°
81	22/03	1	+0,39°
82	23/03	2	+0,78°
83	24/03	3	+1,18°
84	25/03	4	+1,57°
85	26/03	5	+1,96°
86	27/03	6	+2,35°
87	28/03	7	+2,74°

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
88	29/03	8	+3,13°
89	30/03	9	+3,52°
90	31/03	10	+3,91°
91	01/04	11	+4,30°
92	02/04	12	+4,68°
93	03/04	13	+5,06°
94	04/04	14	+5,44°
94	05/04	15	+5,83°
96	06/04	16	+6,21°
97	07/04	17	+6,59°
98	08/04	18	+6,96°
99	09/04	19	+7,34°
100	10/04	20	+7,71°
101	11/04	21	+8,08°
102	12/04	22	+8,45°
103	13/04	23	+8,83°
104	14/04	24	+9,19°
105	15/04	25	+9,55°
106	16/04	26	+9,91°
107	17/04	27	+10,27°
108	18/04	28	+10,62°
109	19/04	29	+10,97°
110	20/04	30	+11,32°
111	21/04	31	+11,67°
112	22/04	32	+12,01°
113	23/04	33	+12,35°
114	24/04	34	+12,69°
115	25/04	35	+13,02°
116	26/04	36	+13,35°
117	27/04	37	+13,68°
118	28/04	38	+14,00°
119	29/04	39	+14,32°
120	30/04	40	+14,64°
121	01/05	41	+14,95°
122	02/05	42	+15,26°
123	03/05	43	+15,56°
124	04/05	44	+15,86°
125	05/05	45	+16,15°
126	06/05	46	+16,44°
127	07/05	47	+16,73°
128	08/05	48	+17°
129	09/05	49	+17,28°
130	10/05	50	+17,55°
131	11/05	51	+17,82°
132	12/05	52	+18,08°

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
133	13/05	53	+18,34°
134	14/05	54	+18,59°
135	15/05	55	+18,83°
136	16/05	56	+19,07°
137	17/05	57	+19,31°
138	18/05	58	+19,53°
139	19/05	59	+19,76°
140	20/05	60	+19,97°
141	21/05	61	+20,18°
142	22/05	62	+20,39°
143	23/05	63	+20,59°
144	24/05	64	+20,78°
145	25/05	65	+20,97°
146	26/05	66	+21,15°
147	27/05	67	+21,32°
148	28/05	68	+21,49°
149	29/05	69	+21,65°
150	30/05	70	+20,81°
151	31/05	71	+21,96°
152	01/06	72	+22,10°
153	02/06	73	+22,23°
154	03/06	74	+22,36°
155	04/06	75	+22,48°
156	05/06	76	+22,60°
157	06/06	77	+22,70°
158	07/06	78	+22,80°
159	08/06	79	+22,89°
160	09/06	80	+22,98°
161	10/06	81	+23,06°
162	11/06	82	+23,13°
163	12/06	83	+23,20°
164	13/06	84	+23,25°
165	14/06	85	+23,30°
166	15/06	86	+23,34°
167	16/06	87	+23,38°
168	17/06	88	+23,41°
169	18/06	89	+23,43°
170	19/06	90	+23,44°
171	20/06	91	+23,44°
172	21/06	92	+23,45°
173	22/06	93	+23,43°
174	23/06	92	+23,45°
175	24/06	91	+23,45°
176	25/06	90	+23,44°
177	26/06	89	+23,43°

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
178	27/06	88	+23,41°
179	28/06	87	+23,38°
180	29/06	86	+23,35°
181	30/06	85	+23,30°
182	01/07	84	+23,25°
183	02/07	83	+23,20°
184	03/07	82	+23,13°
185	04/07	81	+23,06°
186	05/07	80	+22,98°
187	06/07	79	+22,89°
188	07/07	78	+22,80°
189	08/07	77	+22,70°
190	09/07	76	+22,59°
191	10/07	75	+22,48°
192	11/07	74	+22,36°
193	12/07	73	+22,23°
194	13/07	72	+22,10°
195	14/07	71	+21,96°
196	15/07	70	+21,81°
197	16/07	69	+21,65°
198	17/07	68	+21,49°
199	18/07	67	+21,32
200	19/07	66	+21,15°
201	20/07	65	+20,97°
202	21/07	64	+20,78°
203	22/07	63	+20,59°
204	23/07	62	+20,39°
205	24/07	61	+20,18°
206	25/07	60	+19,97°
207	26/07	59	+19,76°
208	27/07	58	+19,53°
209	28/07	57	+19,31°
210	29/07	56	+19,07°
211	30/07	55	+18,83°
212	31/07	54	+18,59°
213	01/08	53	+18,34°
214	02/08	52	+18,08°
215	03/08	51	+17,82°
216	04/08	50	+17,55°
217	05/08	49	+17,28°
218	06/08	48	+17,00°
219	07/08	47	+16,73°
220	08/08	46	+16,44°
221	09/08	45	+16,15°
222	10/08	44	+15,86°

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
223	11/08	43	+15,56°
224	12/08	42	+15,26°
225	13/08	41	+14,95°
226	14/08	40	+14,64°
227	15/08	39	+14,32°
228	16/08	38	+14,00°
229	17/08	37	+13,68°
230	18/08	36	+13,55°
231	19/08	35	+13,02°
232	20/08	34	+12,69°
233	21/08	33	+12,35°
234	22/08	32	+12,01°
235	23/08	31	+11,67°
236	24/08	30	+11,32°
237	25/08	29	+10,97°
238	26/08	28	+10,62°
239	27/08	27	+10,27°
240	28/08	26	+9,91°
241	29/08	25	+9,55°
242	30/08	24	+9,19°
243	31/08	23	+8,82°
244	01/09	22	+8,45°
245	02/09	21	+8,09°
246	03/09	20	+7,71°
247	04/09	19	+7,34°
248	05/09	18	+6,96°
249	06/09	17	+6,59°
250	07/09	16	+6,21°
251	08/09	15	+5,83°
252	09/09	14	+5,45°
253	10/09	13	+5,06°
254	11/09	12	+4,68°
255	12/09	11	+4,29°
256	13/09	10	+3,91°
257	14/09	9	+3,52°
258	15/09	8	+3,13°
259	16/09	7	+2,74°
260	17/09	6	+2,35°
261	18/09	5	+1,96°
262	19/09	4	+1,57°
263	20/09	3	+1,18°
264	21/09	2	+0,78°
265	22/09	1	+0,39°
266	23/09	0	0°
267	24/09	-1	-0,39°

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
268	25/09	-2	-0,78°
269	26/09	-3	-1,18°
270	27/09	-4	-1,57°
271	28/09	-5	-1,96°
272	29/09	-6	-2,35°
273	30/09	-7	-2,74°
274	01/10	-8	-3,13°
275	02/10	-9	-3,52°
276	03/10	-10	-3,91°
277	04/10	-11	-4,29°
278	05/10	-12	-4,68°
279	06/10	-13	-5,06°
280	07/10	-14	-5,45°
281	08/10	-15	-5,83°
282	09/10	-16	-6,21°
283	10/10	-17	-6,59°
284	11/10	-18	-6,96°
285	12/10	-19	-7,34°
286	13/10	-20	-7,71°
287	14/10	-21	-8,08°
288	15/10	-22	-8,45°
289	16/10	-23	-8,82°
290	17/10	-24	-9,19°
291	18/10	-25	-9,55°
292	19/10	-26	-9,91°
293	20/10	-27	-10,26°
294	21/10	-28	-10,62°
295	22/10	-29	-10,97°
296	23/10	-30	-11,32°
297	24/10	-31	-11,67°
298	25/10	-32	-12,01°
299	26/10	-33	-12,35°
300	27/10	-34	-12,69°
301	28/10	-35	-13,02°
302	29/10	-36	-13,35°
303	30/10	-37	-13,68°
304	31/10	-38	-14,00
305	01/11	-39	-14,32°
306	02/11	-40	-14,63°
307	03/11	-41	-14,95°
308	04/11	-42	-15,25°
309	05/11	-43	-15,56°
310	06/11	-44	-15,85°
311	07/11	-45	-16,15
312	08/11	-46	-16,44°

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
313	09/11	-47	-16,72°
314	10/11	-48	-17,00°
315	11/11	-49	-17,28°
316	12/11	-50	-17,55°
317	13/11	-51	-17,82°
318	14/11	-52	-18,08°
319	15/11	-53	-18,33°
320	16/11	-54	-18,58°
321	17/11	-55	-18,83°
322	18/11	-56	-19,07°
323	19/11	-57	-19,30°
324	20/11	-58	-19,53°
325	21/11	-59	-19,75°
326	22/11	-60	-19,97°
327	23/11	-61	-20,18°
328	24/11	-62	-20,39°
329	25/11	-63	-20,59°
330	26/11	-64	-20,78°
331	27/11	-65	-20,96°
332	28/11	-66	-21,15°
333	29/11	-67	-21,32°
334	30/11	-68	-21,49°
335	01/12	-69	-21,65°
336	02/12	-70	-21,8°
337	03/12	-71	-21,95°
338	04/12	-72	-22,09°
339	05/12	-73	-22,23°
340	06/12	-74	-22,36°
341	07/12	-75	-22,48°
342	08/12	-76	-22,59°
343	09/12	-77	-22,70°
344	10/12	-78	-22,80°
345	11/12	-79	-22,89°
346	12/12	-80	-22,98°
347	13/12	-81	-23,06°
348	14/12	-82	-23,13
349	15/12	-83	-23,19°
350	16/12	-84	-23,25°
351	17/12	-85	-23,30°
352	18/12	-86	-23,34°
353	19/12	-87	-23,38°
354	20/12	-88	-23,4°
355	21/12	-89	-23,43°
356	22/12	-89	-23,43°
357	23/12	-88	-23,4°

n_{jj}	date	n_{vjj}	Déclinaison
358	24/12	-87	-23,38°
359	25/12	-86	-23,34°
360	26/12	-85	-23,30°
361	27/12	-84	-23,25°
362	28/12	-83	-23,19°
363	29/12	-82	-23,13°
364	30/12	-81	-23,06°
365	31/12	-80	-22,98°